



Beim Beispiel mit dem Krähenschwarm haben wir bereits ein **Auflösungsverfahren** kennen gelernt - das **Einsetzungsverfahren** (eine Gleichung nach einer Unbekannten auflösen und in die andere Gleichung einsetzen). Ein weiteres Verfahren führt ebenso elegant zum Ziel - das **Additionsverfahren**:

Wir gehen nochmals vom Gleichungssystem mit dem Krähenschwarm aus:

	Ankunft	Eine fliegt runter	Eine fliegt rauf
Ob dem Baum	x	x-1	x+1
Nid dem Baum	y	y+1	y-1
		Aussage 1: x-1 = y+1	Aussage 2: x+1 = 2(y-1)

Das Gleichungssystem lautet also:

$$(I) \quad x - 1 = y + 1$$

$$(II) \quad x + 1 = 2y - 2$$

1. Schritt:

Eine Gleichung mit einer Zahl so multiplizieren, dass die Koeffizienten einer Variablen (wir wählen hier y) *Gegenzahlen* sind. Wir wählen für die erste Gleichung also -2, da der Koeffizient von y in der zweiten Gleichung +2 ist. Wir erhalten:

$$(I') \quad -2x + 2 = -2y - 2$$

$$(II) \quad x + 1 = 2y - 2$$

2. Schritt:

Wir addieren nun die beiden Seiten der Gleichungen (vertikal addieren) und erhalten eine Gleichung wie folgt:

$$(1') \quad \begin{array}{rcl} -2x + x + 2 + 1 & = & -2y + 2y - 2 - 2 \\ -x + 3 & = & -4 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{oder vereinfacht:} \\ / - 3 \end{array}$$

diese Gleichung ist nun
einfach zu lösen:

$$(1) \quad \begin{array}{rcl} -x & = & -7 \\ \underline{x} & = & \underline{7} \end{array} \quad / \cdot (-1)$$

3. Schritt:

Wir wählen nun irgendeine Gleichung aus in der beide Unbekannte vorkommen und ersetzen die Unbekannte x mit ihrem Wert 7 und lösen dann diese Gleichung nach y auf:

Tipp:

Eine Gleichung wählen, die 'schon fast' nach y aufgelöst ist, d.h. eine 'möglichst einfache':

Wir wählen die Gleichung (I) und erhalten:

$$\begin{array}{l} (2') \quad 7 - 1 = y + 1 \quad \text{diese Gleichung ist nun einfach zu lösen:} \\ \quad \quad 6 = y + 1 \quad / - 1 \\ (2) \quad \quad \underline{y = 5} \end{array}$$

4. Schritt:

Wir formulieren das Ergebnis:

Das lineare Gleichungssystem mit den 2 Unbekannten x und y

$$\begin{array}{l} (I) \quad x - 1 = y + 1 \\ (II) \quad x + 1 = 2y - 2 \end{array}$$

hat die Lösung $x = 7$ und $y = 5$

5. Schritt:

Wir überprüfen das Ergebnis indem wir diese Werte für x und y in die beiden ursprünglichen Gleichungen (I) und (II) einsetzen und richtige Aussagen erhalten:

$$\begin{array}{l} (I) \quad 7 - 1 = 5 + 1 \quad \rightarrow \text{Aussage ist wahr} \\ (II) \quad 7 + 1 = 2 \cdot 5 - 2 \quad \rightarrow \text{Aussage ist wahr} \end{array}$$



Es geht noch etwas einfacher wenn wir so multiplizieren, dass die Koeffizienten bei x Gegenzahlen sind - Multiplikation der ersten Gleichung mit -1 (überall nur Vorzeichen kehren):

$$(I') \quad -x + 1 = -y - 1 \quad / \cdot (-1) \quad \mathbf{1. \text{ Schritt}}$$

$$(II) \quad x + 1 = 2y - 2$$

Addieren:

$$(1') \quad 2 = y - 3 \quad / + 1 \quad \mathbf{2. \text{ Schritt}}$$

$$\underline{y = 5}$$

Einsetzen in (I):

$$(2') \quad x - 1 = 5 + 1 \quad \mathbf{3. \text{ Schritt}}$$

$$\underline{x = 7}$$

Ergebnis formulieren $\mathbf{4. \text{ Schritt}}$

→ wie erstes Beispiel oben

Ergebnis überprüfen $\mathbf{5. \text{ Schritt}}$

→ wie erstes Beispiel oben

Methodischer Tipp:

Folgende Termumformungen kann man als $\mathbf{0. \text{ Schritt}}$
bezeichnen:

Es ist in der Mathematik üblich, vor dem Einsatz der Additionsmethode die Gleichungen so umzustellen, dass links zuerst die Anzahl x dann die Anzahl y stehen und rechts der Gleichung nur Zahlen:

Ausgehend von unserem ursprünglichen Gleichungssystem

$$(I) \quad x - 1 = y + 1 \quad / - y + 1$$

$$(II) \quad x + 1 = 2y - 2 \quad / - 2y - 1$$

erhalten wir dann das folgende lineare Gleichungssystem (I), (II):

$$(I) \quad x - y = 2$$

$$(II) \quad x - 2y = -3$$

Dasselbe Beispiel wie es handschriftlich aussehen kann, damit der Lösungsweg für einen sachkundigen Leser (Prüfungsexperten, Lehrer) nachvollziehbar ist:

Gl. system (GLS):

$$\begin{cases} x-1 = y+1 \\ x+1 = 2y-2 \end{cases} \rightarrow \begin{array}{r} x-y = 2 \\ x-2y = -3 \end{array} \quad / \cdot (-1)$$

$$\begin{array}{r} \downarrow \\ -x+y = -2 \\ x-2y = -3 \\ \hline -y = -5 \\ \underline{y = 5} \end{array}$$

$$x-1 = 5+1 \quad / +1 \quad \leftarrow$$
$$\underline{x = 7}$$

→ Das GLS hat die Lösung $x=7$ und $y=5$