

1. Berechnen Sie ohne TR exakt und geben Sie den Lösungsweg an:

$$\text{a) } \log_9 81 = x \quad \Leftrightarrow \quad 9^x = 81 \quad \Rightarrow \quad \underline{x = 2}$$

$$\text{b) } \log_9 \frac{1}{81} = x \quad \Leftrightarrow \quad 9^x = \frac{1}{81} = \frac{1}{9^2} = 9^{-2} \quad \Rightarrow \quad \underline{x = -2}$$

$$\text{c) } \log_a a^{\frac{1}{3}} = x \quad \Leftrightarrow \quad a^x = a^{\frac{1}{3}} \quad \Rightarrow \quad \underline{x = \frac{1}{3}}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \log_{\sqrt{5}} \sqrt[3]{25} = x &\quad \Leftrightarrow \quad (\sqrt{5})^x = \sqrt[3]{25} \\ &\quad \Leftrightarrow \quad \left(5^{\frac{1}{2}}\right)^x = \left(5^2\right)^{\frac{1}{3}} \\ &\quad \Leftrightarrow \quad (5)^{\frac{x}{2}} = (5)^{\frac{2}{3}} \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{2} = \frac{2}{3} \quad \Rightarrow \quad \underline{x = \frac{4}{3}} \end{aligned}$$

$$\text{e) } \log_a \left(\frac{1}{\sqrt[4]{a^5}} : a^3 \right) = x$$

Zuerst Klammer in Potenz umformen:

$$\left(\frac{1}{\sqrt[4]{a^5}} \cdot \frac{1}{a^3} \right) = \left(\frac{1}{a^{\frac{5}{4}}} \cdot \frac{1}{a^3} \right) = \left(a^{-\frac{5}{4}} \cdot a^{-3} \right) = \left(a^{-\frac{5}{4}-3} \right) = \left(a^{-\frac{17}{4}} \right)$$

$$\log_a \left(\frac{1}{\sqrt[4]{a^5}} : a^3 \right) = \log_a \left(a^{-\frac{17}{4}} \right) = x \quad \Leftrightarrow \quad a^x = a^{-\frac{17}{4}} \quad \Rightarrow \quad \underline{x = -\frac{17}{4}}$$

2. Berechnen Sie mit dem TR und runden Sie auf 3 Stellen nach dem Komma:

$$\text{a) } \log_{6,7} 114 \approx 2,4899741 \approx \underline{2,490}$$

$$\text{b) } \log_{10} (11^{114} \cdot 10^{102}) \approx 220,7187661 \approx \underline{220,719}$$

4. In einer Bakterienkultur befinden sich zu Beginn der Beobachtung 3'000 Bakterien. Die Zahl der Bakterien nimmt stündlich um 50% zu. Wie lange dauert es, bis sich die Zahl der Bakterien vertausendfacht hat? Resultat in Stunden, Minuten und Sekunden.

Wir rechnen in Stunden (x):

$$3'000 \cdot 1,5^x = 3'000'000$$

$$1,5^x = 3'000$$

$$x \cdot \log(1,5) = \log(3'000)$$

$$x = \frac{\log(3'000)}{\log(1,5)} = 19,746 \text{ h}$$

$$\underline{x = 19 \text{ h } 44 \text{ min } 46 \text{ s}}$$

5. Berechnen Sie ohne TR und geben Sie den Lösungsweg an: (Rechnen Sie 5a) zur Übung auch mit der TR nach)

a) $\log_3 25 \cdot \log_5 \sqrt{3} = x$

Tipp: $(\sqrt{3})^2 = 3$; $5^2 = 25$

$$x = \log_3 5^2 \cdot \log_5 \sqrt{3}$$

$$x = 2 \cdot \log_3 5 \cdot \log_5 \sqrt{3} \quad (\text{jetzt BWS verwenden})$$

$$x = 2 \cdot \log_3 5 \cdot \frac{\log_3 \sqrt{3}}{\log_3 5}$$

$$x = 2 \cdot \log_3 \sqrt{3}$$

$$x = 2 \cdot \log_3 \sqrt{3}$$

beachte: $\log_{a^2} a = z \Leftrightarrow (a^2)^z = a \Leftrightarrow (a^2)^z = a^1 \Rightarrow z = \frac{1}{2}$

$$\underline{x = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1}$$

b) $\log_a b^3 : \log_{a^2} b^2 = x$

$$x = \frac{\log_a b^3}{\log_{a^2} b^2} \quad (\text{jetzt BWS verwenden})$$

$$x = \frac{\log_a b^3}{\log_a a^2} = \frac{\log_a b^3}{\frac{\log_a b^2}{2}} = \frac{\log_a b^3 \cdot 2}{\log_a b^2}$$

$$x = \frac{3 \cdot \log_a b \cdot 2}{2 \cdot \log_a b}$$

$$\underline{x = 3}$$