Mathematik

Quadratische Gleichungen
Biquadratische Gleichungen

Gleichungen vierten und höheren Grades lassen sich nicht allgemein lösen, sondern nur in Spezialfällen.
Kommen in einer Gleichung vierten Grades nur gerade Exponenten von x vor, so nennt man diese eine **biquadratische Gleichung**. Sie kann mit einer Substitution gelöst werden.

(Die folgenden Aufgaben sind aus Deller/Gebauer/Zinn Algebra Aufgaben 2, Seite 13)

Biquadratische Gleichungen

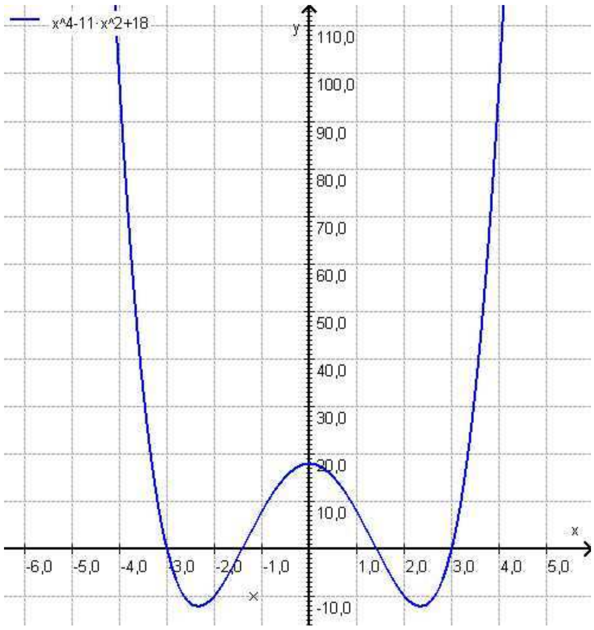
Die Gleichung $ax^4 + bx^2 + c = 0$ $(a \neq 0)$ heisst *biquadratisch* (quadratisch in x^2).

143 a) $x^4 - 11x^2 + 18 = 0$ b) $x^4 - 9x^2 + 8 = 0$

144 a) $x^4 - 5x^2 - 36 = 0$ b) $x^4 + 17x^2 + 16 = 0$

145 a) $36x^4 - 25x^2 + 4 = 0$ b) $3x^4 - 10x^2 + 3 = 0$

146 a) $4x^4 + 4x^2 - 15 = 0$ b) $2x^4 - x^2 - 28 = 0$



Wir lösen als Beispiel Aufgabe 143a:

Der Verlauf der Funktion ist rechts dargestellt.
Es sind 4 Nullstellen zu erwarten.

Wir **substituieren**:
$z = x^2$
und erhalten eine quadratische Gleichung in z:
$z^2 - 11z + 18 = 0$
Mit der Lösungsformel erhalten wir:
$z_1 = 9$ und $z_2 = 2$

Wir **substituieren zurück**:

1. $x^2 = z_1 = 9$
Dies liefert die Lösungen
$x_1 = 3$ und $x_2 = -3$

und

2. $x^2 = z_2 = 2$
Dies liefert die Lösungen
$x_3 = \sqrt{2}$ und $x_4 = -\sqrt{2}$

Die Lösungsformel der allgemeinen quadratischen Gleichung

$ax^2 + bx + c = 0$ lautet: $\boxed{x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$