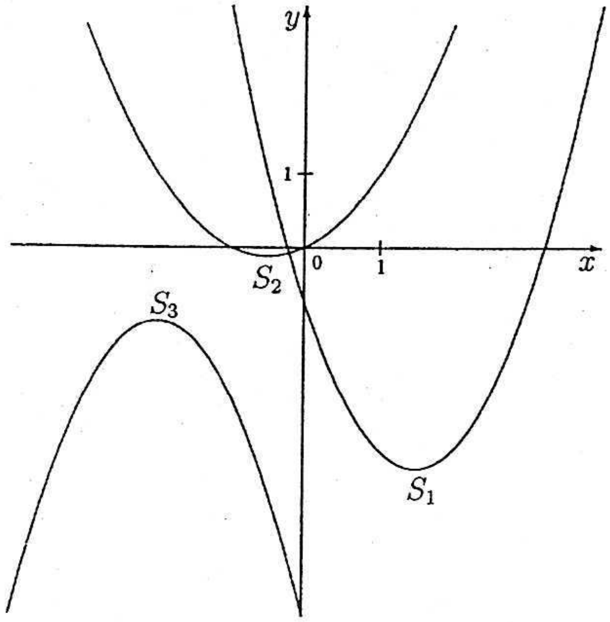
Lösungen

Quadratische Funktionen: Zeichnung 05

1.
I hat Scheitel $S_1(1{,}5|-3)$ (→ ueb94.pdf, Aufgabe 1 (a)) und Nullstellen $x_{1/2} = 1{,}5 \pm \sqrt{3}$.

II hat Scheitel $S_2(-\frac{1}{2}|-\frac{1}{8})$ (→ ueb94.pdf, Aufgabe 5 (c)) und Nullstellen 0 und -1.

III hat wegen $y = -[x^2+4x+5] = -[(x+2)^2+1] = -(x+2)^2 - 1$ den Scheitel $S_3(-2|-1)$ und keine Nullstellen.



2.
(a) $x^2 - 3x - \frac{3}{4} = -x^2 - 4x - 5$;

$2x^2 + x + 4{,}25 = 0$;

$x_{1/2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1-4\cdot 2\cdot 4{,}25}}{2\cdot 2}$ mit negativem Radikanden, also keine Lösung, somit keine gemeinsamen Punkte.

(b) $\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x = \frac{1}{2}x^2 + 4x - 24$ (lineare Gl.!)

$24 - 3{,}5x$; $x = \frac{48}{7}$.

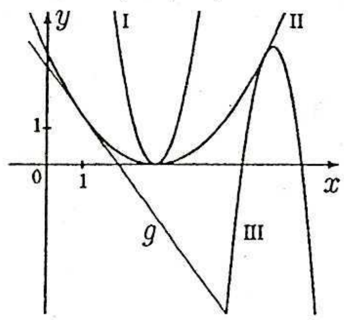
Einsetzen in eine der beiden Funktionsgleichungen, z. B. II, liefert
$y = \frac{1}{2} \cdot \frac{48}{7} \cdot (1 + \frac{48}{7}) = \frac{1320}{49}$

3.
Die nach unten geöffnete Parabel $y = -\frac{1}{4}x^2 + 6x - 11$ hat den Scheitel $S(12|25)$ (→ ueb94.pdf, Aufgabe 1 (b)).

Scheitel bei Punktspiegelung: $S'(-12|-25)$, ferner ist die Parabel dann nach oben geöffnet; also
$y = \frac{1}{4}(x+12)^2 - 25 = \frac{1}{4}x^2 + 6x + 11$.

4.
I und II haben beide den Scheitel $S(3|0)$ (→ ueb94.pdf, Aufgabe 3).

III hat wegen
$y = -5[x^2 - 12{,}4x + 37{,}8] =$
$= -5[(x-6{,}2)^2 - 38{,}44 + 37{,}8] =$
$= -5(x-6{,}2)^2 + 3{,}2$
den Scheitel $S_3(6{,}2|3{,}2)$.



5.
$\frac{1}{3}x^2 - 2x + 3 = -5x^2 + 62x - 189$;
$5\frac{1}{3}x^2 - 64x + 192 = 0$;
$x_{1/2} = \frac{64 \pm \sqrt{64^2 - 4\cdot 5\frac{1}{3}\cdot 192}}{2\cdot 5\frac{1}{3}} = \frac{64 \pm 0}{\frac{32}{3}} = 6$.
Doppelte Lösung; im Schaubild berühren sich die Graphen.
y-Wert des Berührpunktes durch Einsetzen z. B. in II: $y = \frac{1}{3} \cdot 6^2 - 2 \cdot 6 + 3 = 3$

6.
(a) $-\frac{4}{3}x + \frac{8}{3} = \frac{1}{3}x^2 - 2x + 3$;
$\frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{3} = 0$; $\quad | \cdot 3$
$x^2 - 2x + 1 = 0$;
$(x-1)^2 = 0$;
$x_{1/2} = 1$ (Berührung)

(b) $-\frac{4}{3}x + \frac{8}{3} = -5x^2 + 62x - 189$;
$5x^2 - 63\frac{1}{3}x + 191\frac{2}{3} = 0$; $\quad | \cdot 3$
$15x^2 - 190x + 575 = 0$;
$x_{1/2} = \frac{190 \pm \sqrt{36100 - 4\cdot 15\cdot 575}}{2\cdot 15}$;
$x_1 = 5$, $x_2 = \frac{23}{3}$.