



Addieren/Subtrahieren gleichnamiger Brüche

Addition gleichnamiger Brüche:

→ Nenner übernehmen; Zähler addieren:

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{2+1}{5} = \frac{3}{5}$$

Subtraktion gleichnamiger Brüche:

→ Nenner übernehmen; Zähler subtrahieren

$$\frac{3}{5} - \frac{1}{5} = \frac{3-1}{5} = \frac{2}{5}$$

1. Fülle die Tabellen aus:

a)

-	$\frac{5}{49}$	$\frac{2}{49}$	$\frac{19}{49}$
$\frac{43}{49}$			
$\frac{37}{49}$	$\frac{32}{49}$		
$\frac{21}{49}$			

+	$\frac{5}{49}$	$\frac{2}{49}$	$\frac{19}{49}$
$\frac{43}{49}$			
$\frac{37}{49}$		$\frac{39}{49}$	
$\frac{21}{49}$			

b) Notiere hier die Brüche aus der Tabelle, die sich noch kürzen lassen:

c) Notiere hier den Bruch als gemischte Zahl, der größer als 1 ist:

2. Ergänze die Tabelle - Achtung, alles durcheinander:

a)

Minuend = $\frac{13}{19}$	Subtrahend = $\frac{5}{19}$	Differenz =
Differenz = $\frac{13}{19}$	Minuend =	Subtrahend = $\frac{18}{19}$
Subtrahend =	Differenz = $\frac{13}{19}$	Minuend = $\frac{14}{19}$

Addieren/Subtrahieren ungleichnamiger Brüche

Addition/Subtraktion ungleichnamiger Brüche:

→ mache die Brüche gleichnamig:

$$\frac{3}{4} + \frac{2}{3} = \frac{9}{12} + \frac{8}{12}$$

→ addiere nun die gleichnamigen Brüche:

$$\frac{9}{12} + \frac{8}{12} = \frac{17}{12} = 1\frac{5}{12}$$

→ subtrahiere nun die gleichnamigen Brüche:

$$\frac{9}{12} - \frac{8}{12} = \frac{1}{12}$$

1. Ergänze die Tabellen; notiere die Brüche in gekürzter Form:

-	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{1}{5}$
$\frac{4}{5}$	$\frac{7}{15}$	$\frac{13}{35}$	$\frac{3}{5}$
$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{21}$	$\frac{7}{15}$
$\frac{15}{17}$	$\frac{28}{51}$	$\frac{54}{119}$	$\frac{58}{85}$

+	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{1}{5}$
$\frac{4}{5}$	$\frac{17}{15}$	$\frac{43}{35}$	1
$\frac{2}{3}$	1	$\frac{23}{21}$	$\frac{13}{15}$
$\frac{15}{17}$	$\frac{62}{51}$	$\frac{156}{119}$	$\frac{92}{85}$

2. Berechne die Summe der folgenden Stammbrüche:

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{13}{12} = 1\frac{1}{12}$ b) $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{47}{60}$ c) $\frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} = \frac{13}{24}$

3. Berechne die folgenden Terme:

a) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{5}{12}$ b) $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{23}{60}$ c) $\frac{3}{4} - \frac{1}{6} + \frac{1}{8} = \frac{17}{24}$

4. Berechne auf schlaue Weise - oder geht's sogar im Kopf?

a) $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{2}{6} + \frac{1}{3} = 1$ b) $\frac{1}{3} + \frac{1}{12} - \frac{1}{6} - \frac{1}{6} + \frac{8}{12} = \frac{3}{4}$

c) $\frac{1}{4} - \frac{2}{8} + \frac{4}{16} - \frac{8}{32} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{10} + \frac{10}{100} + \frac{4}{10} - \frac{2}{10} + \frac{3}{5} = 1$

Rechengesetze zur Addition

In einer Summe darf man beliebig klammern:

Assoziativgesetz: \rightarrow Beispiel: $\frac{a}{b} + \left(\frac{c}{d} + \frac{e}{f}\right) = \left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) + \frac{e}{f} = \frac{a}{b} + \frac{c}{d} + \frac{e}{f}$

In einer Summe darf man Summanden beliebig tauschen:

Kommutativgesetz: \rightarrow Beispiel: $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{c}{d} + \frac{a}{b}$

1. Fasse geschickt zusammen; rechne im Kopf:

a) $\frac{1}{4} + \frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{1}{2} = \underline{\underline{\frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}}}$

b) $\frac{2}{5} + \frac{9}{11} + \frac{3}{5} + \frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{2}{11} = \underline{\underline{3}}$

c) $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{2}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{3}{3} = \underline{\underline{4}}$

d) $\frac{2}{13} + \frac{3}{4} + \frac{3}{13} + \frac{1}{4} + \frac{2}{13} + \frac{6}{13} = \underline{\underline{2}}$

2. Löse die Klammern auf und rechne geschickt:

a) $\left(\frac{1}{4} + \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{3}{4}\right) = \underline{\underline{2}}$

b) $\left(\frac{9}{16} + \frac{2}{15}\right) + \left(\frac{1}{30} + \frac{7}{16}\right) = \underline{\underline{\frac{7}{6}}}$

c) $\left(\frac{8}{32} + \frac{5}{15} + \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{12}{16} + \frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right) = \underline{\underline{3}}$

d) $\frac{7}{13} + \left(\frac{3}{2} + \frac{3}{13} + \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{3}{13} + \frac{1}{4}\right) = \underline{\underline{3}}$

3. Ohne die Summen in den Klammern auszurechnen - welches ist die größere?
Füge das < oder > oder = Zeichen ein:

a) $\left(\frac{1}{4} + \frac{2}{3}\right) \text{ — } \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right)$

e) $\left(\frac{1}{6} + \frac{8}{12}\right) \text{ — } \left(\frac{2}{3} + \frac{2}{12}\right)$

b) $\left(\frac{3}{4} + \frac{4}{3}\right) \text{ — } \left(\frac{3}{3} + \frac{3}{4}\right)$

f) $\left(\frac{1}{8} + \frac{4}{5}\right) \text{ — } \left(\frac{2}{16} + \frac{4}{5}\right)$

c) $\left(\frac{1}{14} + \frac{14}{41}\right) \text{ — } \left(\frac{14}{41} + \frac{2}{7}\right)$

d) $\left(\frac{1}{4} + \frac{3}{2}\right) \text{ — } \left(\frac{2}{3} + \frac{8}{32}\right)$

4. Die beiden Summen in den Klammern haben den gleichen Wert.
Was muss deshalb der Wert für x sein?

a) $\left(\frac{1}{4} + \frac{2}{3}\right) = \left(\frac{1}{3} + x\right)$; _____

b) $\left(\frac{3}{11} + \frac{2}{3}\right) = \left(\frac{3}{7} + x\right)$; _____

c) $\left(\frac{2}{9} + \frac{2}{27}\right) = \left(\frac{6}{81} + x\right)$; _____

d) $\left(\frac{33}{44} + \frac{33}{55}\right) = \left(\frac{11}{22} + x\right)$; _____

Addieren/Subtrahieren bei gemischter Schreibweise

Man kann beim Addieren von Brüchen zuerst die ganzen Zahlen erst dann die Brüche zusammenzählen, oder die gemischten Zahlen zuerst in Brüche umwandeln:

Beispiel: $\rightarrow 1\frac{1}{2} + 2\frac{1}{3} = 1 + 2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ oder $1\frac{1}{2} + 2\frac{1}{3} = \frac{3}{2} + \frac{7}{3}$

1. Rechne im Kopf; gib als Bruchzahl und als gemischte Zahl an:

a) $2\frac{2}{3} + 1 =$ _____

b) $1\frac{1}{2} + 5 =$ _____

c) $\frac{1}{9} + 1 =$ _____

d) $12\frac{1}{2} + 5\frac{1}{2} =$ _____

2. Gib als Bruchzahl an:

a) $3\frac{2}{3} + 2\frac{2}{3} =$ _____

b) $12\frac{5}{9} + 5\frac{1}{2} =$ _____

c) $7\frac{2}{9} + 1\frac{9}{27} =$ _____

d) $12\frac{1}{2} + 5\frac{2}{3} =$ _____

3. Nun kommt auch noch die Subtraktion:

Gib wiederum als Bruchzahl und als gemischte Zahl an:

a) $3\frac{2}{3} - 2\frac{2}{3} =$ _____

b) $12\frac{5}{9} - 5\frac{1}{3} =$ _____

4. Wie oft kann man die kleinere von der größeren Zahl subtrahieren?

a) $3\frac{2}{3}; 33$ _____

b) $\frac{1}{15}; 6$ _____

c) $2\frac{1}{10}; 21$ _____

Multiplizieren mit einer natürlichen Zahl

Ein Bruch wird mit einer natürlichen Zahl multipliziert, in dem man den Zähler mit dieser Zahl multipliziert und den Nenner beibehält:

Beispiel: $\rightarrow a \cdot \frac{b}{c} = \frac{a \cdot b}{c}$ Beispiel mit Zahlen: $2 \cdot \frac{3}{7} = \frac{6}{7}$

Ist diese Zahl ein Teiler des Nenners, darf der Nenner durch diese Zahl geteilt und der Zähler beibehalten werden:

Beispiel: $\rightarrow 2 \cdot \frac{3}{8} = \frac{3}{4}$

Dies kommt auf dasselbe heraus wie nach obiger Regel, man kommt allerdings schneller zum gekürzten Bruch. Dasselbe nach obiger Regel:

$$\rightarrow 2 \cdot \frac{3}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

1. Rechne im Kopf; gib als Bruchzahl an:

a) $2 \cdot \frac{1}{3} =$ _____ b) $6 \cdot \frac{3}{19} =$ _____ c) $4 \cdot \frac{2}{7} =$ _____

d) $15 \cdot \frac{4}{45} = \frac{15 \cdot 4}{45} = \left(\frac{60}{45}\right) = \frac{1 \cdot 4}{3} = \frac{4}{3}$ e) $11 \cdot \frac{7}{22} =$ _____

Beachte in diesem Beispiel, dass es einfacher ist zu kürzen **bevor** man den Zähler ausmultipliziert.

f) $32 \cdot \frac{1}{16} =$ _____ g) $25 \cdot \frac{3}{5} =$ _____ h) $4 \cdot \frac{63}{28} =$ _____

2. Gib das Resultat als vollständig gekürzten Bruch an:

a) $4 \cdot \frac{1}{3} \text{ m} =$ _____ b) $12 \cdot \frac{3}{4} \text{ dm} =$ _____ c) $14 \cdot \frac{3}{7} \text{ €} =$ _____

3. Gib das Resultat als gemischte Zahl an:

a) $5 \cdot 1\frac{1}{3} \text{ ha} =$ _____ b) $13 \cdot \frac{3}{4} \text{ dm} =$ _____ c) $22 \cdot \frac{2}{7} \text{ €} =$ _____

4. Eine Box enthält

a) sechs $\frac{7}{10}$ -Flaschen Wein -wie viele Liter sind das? _____

b) zwölf $\frac{3}{4}$ -Flaschen Wein -wie viele Liter sind das? _____

Dividieren durch eine natürliche Zahl

Ein Bruch wird durch eine natürliche Zahl dividiert in dem man den Nenner mit dieser Zahl multipliziert und den Zähler beibehält:

Beispiel: $\rightarrow \frac{a}{b} : c = \frac{a}{b \cdot c}$ Beispiel mit Zahlen: $\frac{3}{14} : 3 = \frac{3}{42} = \frac{1}{14}$

Ist diese Zahl ein Teiler des Zählers, darf auch der Nenner beibehalten und der Zähler durch diese Zahl geteilt werden:

Beispiel: $\rightarrow \frac{3}{14} : 3 = \frac{1}{14}$

Dies kommt auf dasselbe heraus wie nach obiger Regel, man kommt allerdings schneller zum gekürzten Bruch.

1. Rechne im Kopf; gib als Bruchzahl an:

a) $\frac{3}{4} : 5 =$ _____ b) $\frac{18}{19} : 5 =$ _____ c) $\frac{8}{7} : 3 =$ _____

d) $\frac{14}{15} : 7 = \frac{14}{15 \cdot 7} = \left(\frac{14}{105} \right) = \frac{2}{15 \cdot 1} = \frac{2}{15}$ e) $\frac{77}{3} : 11 =$ _____

Beachte in diesem Beispiel, dass es einfacher ist zu kürzen **bevor** man den Nenner ausmultipliziert.

f) $\frac{18}{15} : 3 =$ _____ g) $\frac{208}{195} : 13 =$ _____ h) $\frac{2\,000}{777} : 16 =$ _____

2. Gib das Resultat als vollständig gekürzten Bruch an:

a) $\frac{3}{5} \text{ m} : 4 =$ _____ b) $\frac{36}{4} \text{ dm} : 12 =$ _____ c) $\frac{42}{5} \text{ €} : 6 =$ _____

3. Gib das Resultat als gemischte Zahl an:

a) $6\frac{1}{3} \text{ ha} : 3 =$ _____ b) $13\frac{3}{4} \text{ dm} : 2 = 6\frac{7}{8} \text{ dm}$ c) $25\frac{1}{7} \text{ €} : 8 =$ _____

4. Bestimme den Wert von x:

a) $\frac{x}{4} : 12 = 2$ _____ b) $\frac{x}{9} : 2 = 3$ _____

c) $\frac{8}{49} : x = \frac{2}{49}$ _____ d) $\frac{13}{64} : x = \frac{1}{128}$ _____

Multiplizieren zweier Brüche

Zwei Brüche werden miteinander multipliziert, indem man Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multipliziert:

Beispiel: $\rightarrow \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$ Beispiel mit Zahlen: $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{7} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 7} = \frac{6}{35}$

(Gemischte Zahlen werden zuerst in Brüche umgewandelt).

1. Produkte von Bruchzahlen:

Rechne im Kopf; gib als vollständig gekürzte Bruchzahl an:

a) $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} =$ _____ b) $\frac{5}{6} \cdot \frac{1}{3} =$ _____ c) $\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{7} =$ _____

2. Bruchteile von Bruchteilen sind Produkte von Bruchzahlen:

Gib als Bruchteil der angegebenen Einheit an:

a) $\frac{3}{5}$ von $\frac{7}{8}$ km = $\frac{3}{5} \cdot \frac{7}{8}$ km = $\frac{21}{40}$ km b) $\frac{1}{3}$ von $\frac{4}{5}$ dm = _____

c) $\frac{2}{5}$ von $\frac{3}{4}$ ha = _____

3. Beachte, dass es viel einfacher ist zu kürzen, bevor man ausmultipliziert:

a) $\frac{49}{81}$ von $\frac{27}{35} = \frac{49}{81} \cdot \frac{27}{35} = \frac{7 \cdot 7}{27 \cdot 3} \cdot \frac{27 \cdot 1}{7 \cdot 5} = \left(\frac{1323}{2835} \right) = \frac{7}{3} \cdot \frac{1}{5} = \frac{7}{15}$

Verfahre nun analog: (Bei größeren Zahlen hilft die Primfaktorzerlegung!)

b) $\frac{150}{11}$ von $\frac{198}{105} =$ _____

c) $2\frac{8}{27}$ von $4\frac{11}{31} =$ _____

d) $1\frac{17}{19}$ von $1\frac{31}{102} =$ _____



Dividieren zweier Brüche

Ein Bruch wird durch einen Bruch dividiert indem man den ersten Bruch mit dem Kehrwert des zweiten Bruches multipliziert:

Beispiel: $\rightarrow \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$ Beispiel in Zahlen: $\frac{2}{5} : \frac{3}{7} = \frac{2}{5} \cdot \frac{7}{3} = \frac{2 \cdot 7}{5 \cdot 3} = \frac{14}{15}$

(Gemischte Zahlen werden zuerst in Brüche umgewandelt).

1. Quotienten von Bruchzahlen:

Gib als vollständig gekürzte Bruchzahl an:

a) $\frac{1}{3} : \frac{2}{5} =$ _____

b) $\frac{6}{5} : \frac{1}{3} =$ _____

c) $\frac{6}{25} : \frac{12}{15} =$ _____

2. Gemischte Zahlen zuerst in einen Bruch umwandeln:

a) $\frac{3}{5} : 2\frac{7}{8} =$ _____

b) $9\frac{2}{3}$ durch $\frac{3}{100} =$ _____

3. Kettenrechnung - zuerst den Term in der Klammer ausrechnen:

(Das Resultat ist als Bruch anzugeben)

a) $\left(2\frac{1}{15} : 1\frac{17}{45}\right) : 3\frac{1}{2} =$ _____

b) $\left(\frac{68}{105} : \frac{34}{165}\right) : 1\frac{6}{49} =$ _____

4. Berechne als Bruchteil der nächst höheren Einheit:

a) $\frac{75}{4}$ cm = _____

b) 340 g : $\frac{34}{11} =$ _____

5. Ergänze die fehlende Einheit:

a) $\frac{7}{30}$ _____ = $\frac{700}{3}$ m

b) $\frac{1}{2}$ _____ = $\frac{1}{200}$ a

c) $\frac{7}{3600}$ _____ : $\frac{1}{5} = 35$ s

d) $2\frac{2}{15}$ h = 512 _____ : $\frac{1}{15}$

Terme/Rechengesetze zur Multiplikation

1. Rechne schlau mit den Kommutativgesetzen:

a) $\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{7}{4} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{4}{8} =$ _____

b) $\frac{4}{5} + \frac{2}{3} + \frac{3}{5} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{3}{5} =$ _____

2. Berechne mit dem Distributivgesetz:

a) $4 \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} =$ _____

b) $\left(\frac{11}{8} - \frac{4}{9}\right) \cdot \frac{24}{7} =$ _____

3. Berechne:

a) $\left(\frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \frac{5}{27} - \frac{3}{81}\right) \cdot 27 =$ _____

b) $\left(\frac{5}{16} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{3}{64}\right) \cdot 128 =$ _____

4. Berechne:

a) $\frac{\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{9}}{\frac{1}{3} + \frac{1}{6}} =$ _____

b) $\frac{\frac{3}{4} \cdot \frac{9}{5}}{\frac{1}{3} - \frac{1}{6}} \cdot 10 =$ _____

c) $3\frac{2}{3} : \frac{4}{7} + 1\frac{2}{3} \cdot 6\frac{3}{4} =$ _____

5. Berechne - Doppelbrüche, Kettenbrüche:

a) $\frac{1}{1 + \frac{1}{2}} =$ _____

b) $\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}} =$ _____

c) $\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}} =$ _____

6. Berechne Vater Bernhards Alter:

Sohnemann Köbi ist $5\frac{1}{2}$ Jahre alt, seine Schwester ist anderthalb mal so alt und Vater Bernhard ist $2\frac{2}{5}$ mal so alt wie seine Kinder zusammen.

**Eigenschaften von Bruchzahlen****1. Ein kleines Quiz:**

- a) Jede natürliche Zahl hat einen Vorgänger und einen Nachfolger ja/nein: _____
- b) Jede natürliche Zahl hat einen Nachfolger ja/nein: _____
- c) Jede natürliche Zahl größer 0 hat einen Vorgänger und einen Nachfolger ja/nein: _____
- d) Jede natürliche Zahl hat einen Vorgänger ja/nein: _____
- e) Jede Bruchzahl hat einen Nachfolger ja/nein: _____
- f) Jede Bruchzahl hat einen Vorgänger und einen Nachfolger ja/nein: _____
- g) Man findet immer zwischen zwei natürlichen Zahlen eine andere natürliche Zahl ja/nein: _____
- h) Man findet immer zwischen zwei Bruchzahlen eine andere Bruchzahl ja/nein: _____

2. Bestimme die Bruchzahl, die zwischen den beiden Bruchzahlen liegt:

- a) $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{3}$: _____
- b) $2\frac{3}{4}$ und $1\frac{1}{8}$: _____

3. Bestimme die Bruchzahl, die mit $2\frac{7}{8}$ die Mitte $1\frac{1}{4}$ hat:**4. Nenne 5 Bruchzahlen, die zwischen $\frac{48}{17}$ und $1\frac{1}{2}$ liegen:**

1: _____ 2: _____ 3: _____ 4: _____ 5: _____

**5. Peter hat zwei Klausuren geschrieben mit Notenschnitt 2;
nenne 3 Paare von möglichen Noten:**

1. Paar: _____ 2. Paar: _____ 3. Paar: _____

Vermischte Aufgaben

1. Berechne:

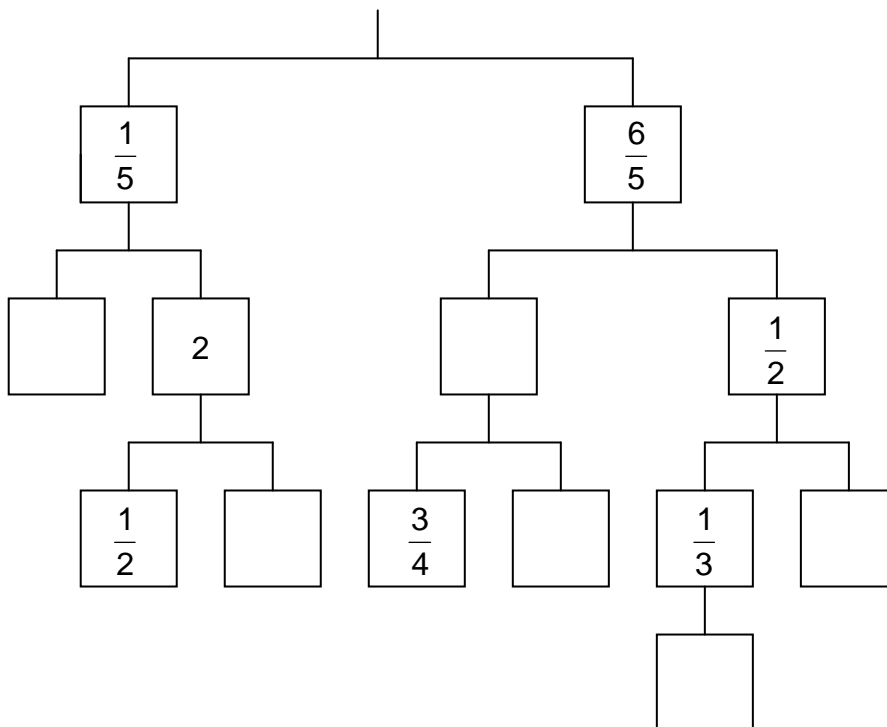
a) Welche der beiden Summen ist größer? (Setze < oder > ein)

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{5} \quad \text{—} \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{6}$$

b) Welche der beiden Summen ist größer? (Setze < oder > ein)

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{12} \quad \text{—} \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$$

2. Bring das Mobile ins Gleichgewicht - fülle die leeren Felder:



3. Berechne - denk aber zuerst etwas nach - geht es im Kopf?

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{7}{8} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{9}{10} =$$