1. Notieren Sie alle Zahlen zwischen 999 und 2001, welche durch 125 teilbar sind:
1000, 1125, 1250, 1375, 1500, 1625, 1750, 1875, 2000

2. Welche der folgenden Zahlen sind durch 8 teilbar? Für den Stern kann irgendeine Ziffer 0 bis 9 stehen:
1 * 8 128, 168

3. Gibt es a) eine b) mehrere c) keine Zahl
welche durch 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 und 9 teilbar ist?
Begründung: Die Zahl $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9$ ist durch alle genannten Zahlen teilbar – auch alle ihrer Vielfachen - also ist Antwort b) richtig

4. Welche der folgenden Zahlen sind durch 6 teilbar? Für den Stern kann irgendeine ungerade, einstellige Zahl stehen:
3 * 6 336, 396

5. Welche der folgenden Zahlen sind durch 2 teilbar und wie viele sind es?
Jeder Stern steht für eine beliebige Ziffer 0 bis 9:
2 * * * 8: Da die hinterste Ziffer gerade ist sind ALLE möglichen Zahlen durch 2 teilbar; mit 3 Stellen kann man 1000 Zahlen (000 bis 999) darstellen)

6. Formulieren Sie die 3 Schaltjahrregeln:
1. Ist die Jahreszahl durch 4 teilbar, IST ES EIN Schaltjahr
2. Ist es auch durch 100 teilbar, IST ES KEIN Schaltjahr
3. Ist es sogar auch durch 400 teilbar, IST ES WIEDER EIN Schaltjahr

7. Notieren Sie die Schalt**jahre** zwischen
a) 1790 und 1799: 1792, 1796
b) 1888 und 1892: keines
c) 1896 und 1908: 1904

8. Notieren Sie die Anzahl Schalt**tage** zwischen
a) dem 27.2.1790 und dem 27.2.1799: 2
b) dem 1.3.1880 und dem 1.3.1892 : 3
c) dem 1.2.1599 und dem 1.6.2004: 99

9. Bestimmen Sie folgende Teilermengen:

a) $\mathbb{T}_{36}$:

$36 = 1 \cdot 36$
$36 = 2 \cdot 18$
$36 = 3 \cdot 12$
$36 = 4 \cdot 9$
$36 = 6 \cdot 6$

$\mathbb{T}_{28} = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$

(Bei den folgenden Übungen verwenden wir eine kompaktere Schreibweise)

b) $\mathbb{T}_{32}$:

1	32
2	16
4	8
8	4

$\mathbb{T}_{32} = \{1, 2, 4, 8, 16, 32\}$

c) $\mathbb{T}_{45}$:

1	45
3	15
5	9
9	5

$\mathbb{T}_{45} = \{1, 3, 5, 9, 15, 45\}$

d) $\mathbb{T}_{228}$:

1	228
2	114
3	76
4	57
6	38
12	19
19	12

$\mathbb{T}_{228} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12, 19, 38, 57, 76, 114, 228\}$

e) Schreiben Sie wie in den obigen Beispielen die Teilermengen von 3, 5, 17 und 41 auf und formulieren Sie Ihre Feststellung in Worten:

$\mathbb{T}_{3} = \{1, 3\}$ $\mathbb{T}_{5} = \{1, 5\}$

$\mathbb{T}_{17} = \{1, 17\}$ $\mathbb{T}_{41} = \{1, 41\}$

Feststellung: 3 mögliche Formulierungen:

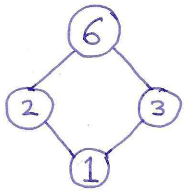
Die Teilermengen dieser Zahlen bestehen nur aus der 1 und der Zahl selber.

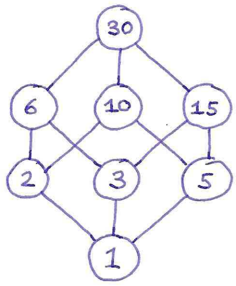
Diese Zahlen sind nur durch 1 und die Zahl selber teilbar.

Diese Zahlen haben nur 2 Teiler; man nennt diese Zahlen Primzahlen.

Die Teilbarkeit von Zahlen gibt Aufschluss über ihre innere Struktur bezüglich der Multiplikation. Mit der grafischen Darstellung der Teilbarkeit bekommen die Zahlen ein Gesicht, eine Struktur. Je mehr Teiler eine Zahl hat umso vielfältiger und komplexer stellt sich ihre Gestalt dar.

Hier folgen 2 Beispiele:
Zwei Teiler werden miteinander verbunden wenn die kleinere Zahl *direkter* Teiler der grösseren ist; bei der Darstellung von $\mathbb{T}_6$ wird also die 1 nicht mit der 6 verbunden, weil da die Teiler 2 und 3 dazwischen liegen.

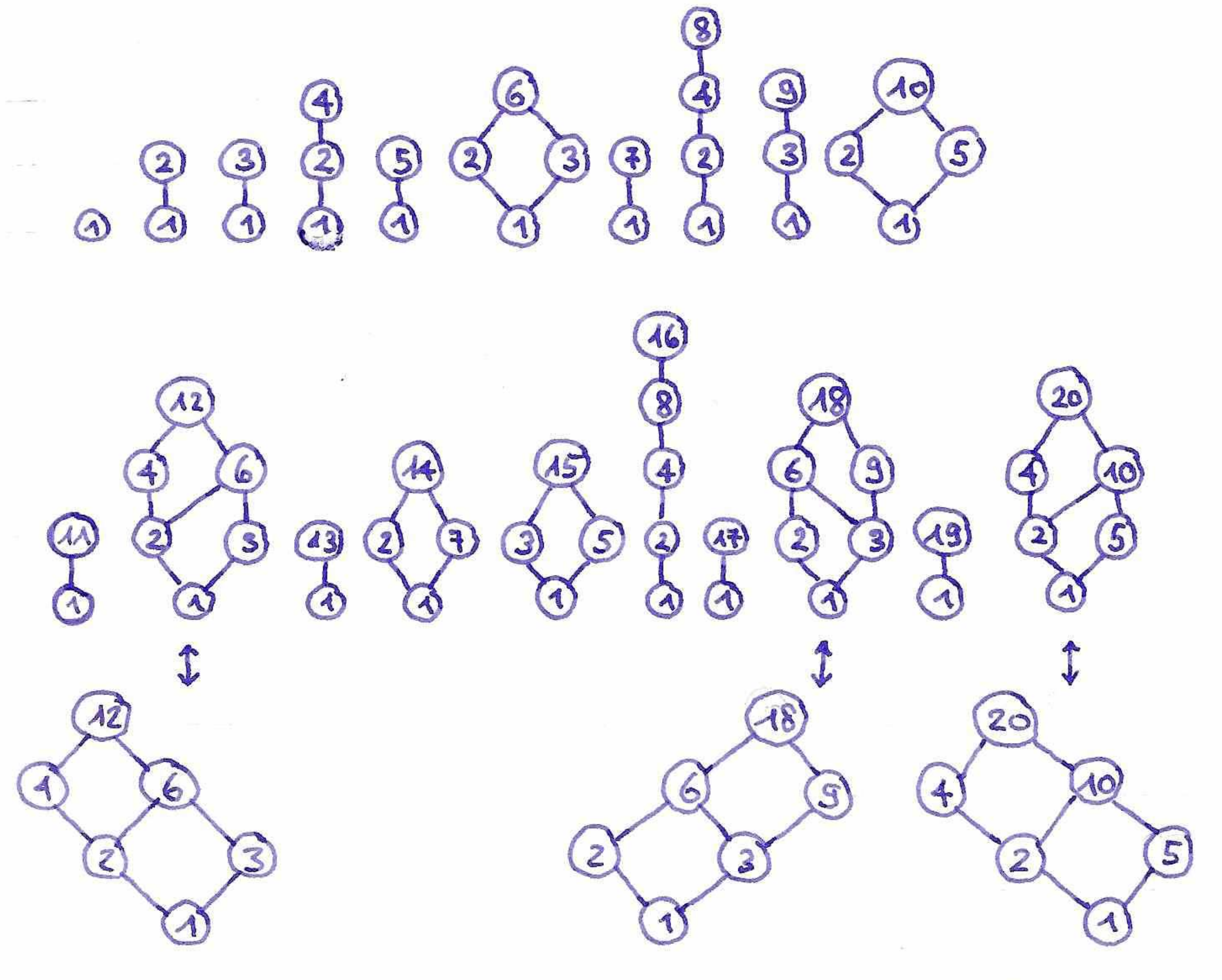




In wunderschöner Weise erkennt man in $\mathbb{T}_6$ ein Quadrat und mit geeigneter Anordnung der Teiler und nach etwas längerer Betrachtung in $\mathbb{T}_{30}$ einen auf einer Ecke stehenden Würfel – denken Sie sich die Verbindungen 2-10, 5-10 und 10-30 als unsichtbare Kanten gestrichelt gezeichnet!

10a)

Skizzieren Sie die ersten 20 natürlichen Zahlen bezüglich ihrer Teiler.

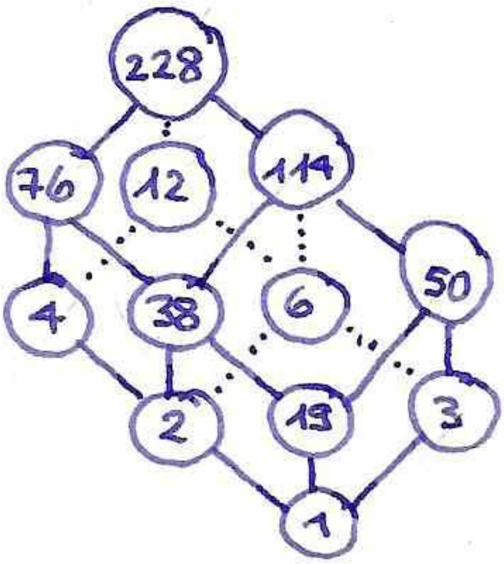


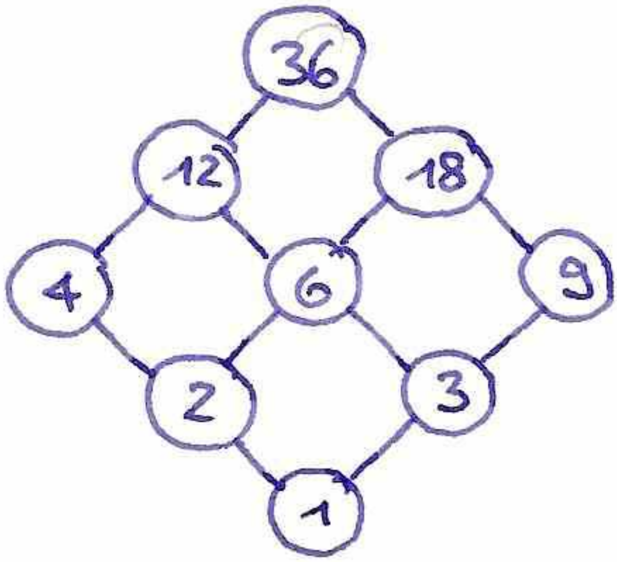
10b)

Zeichnen Sie die 'Gesichter' zu folgenden Teilermengen:

$\mathbb{T}_{28}$, $\mathbb{T}_{32}$, $\mathbb{T}_{36}$, $\mathbb{T}_{45}$, $\mathbb{T}_{228}$, $\mathbb{T}_{17}$, $\mathbb{T}_{4}$, $\mathbb{T}_{16}$, $\mathbb{T}_{27}$

Zwei Beispiele:





10c)

Suchen Sie sich eine Ihnen sympathische, natürliche Zahl aus und gestalten Sie deren 'Gesicht'; nutzen Sie Symmetrien aus oder eben nicht, denken Sie an eine räumliche Struktur, verwenden Sie Farben. Die schönsten drei werden prämiert!

Leider sind keine Vorschläge eingegeangen.

10d)

Betrachten Sie die bereits gezeichneten 'Zahlengesichter' und beantworten Sie die folgenden Fragen – vielleicht müssen Sie zur Untermauerung Ihrer Aussage noch ein paar weitere skizzieren.

-1- Wie erkennt man Primzahlen an ihren Gesichtern?

Vergleichen Sie 10a): 2, 3, 5, 7, 11, 13, . . .

Es gibt nur 'einen Strich'

-2- Wie erkennt man Potenzen an ihren Gesichtern?
($z.B.$ 2^1, 2^2, 2^3, 2^4, oder 6^1, 6^2, 6^3, etc.)

Was unterscheidet die Gesichter, wenn die Basis eine Primzahl ist oder eine zusammengesetzte Zahl?

Primzahl: Vergleichen Sie 10a): 2, 4, 9, 16, . . .
Keine Primzahl: Vergleichen Sie 10b) zweitens: 36

-3- Was ist das Erkennungsmerkmal in den Gesichtern von Zahlen, die sich als Produkt von verschiedenen Primzahlen schreiben lassen, wobei jeder Faktor kommt nur einmal vorkommt?
(z.B. $15 = 3 \cdot 5$, $105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$, $210 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$)

Etwas schwierig:
→ 2 Faktoren: Quadrat
→ 3 Faktoren: Würfel
→ 4 Faktoren: 4-dimensionaler Würfel (können wir uns nicht mehr vorstellen)
usw.

-4- Was muss man für Forderungen an die Zahl und/oder Teiler stellen wenn man möchte, dass sich im Gesicht dieser Zahlen keine Verbindungen überschneiden?

Auch etwas schwierig:
→ Es dürfen nur zwei verschiedene Primfaktoren vorkommen:
→ vgl.: 6 (2, 3), 10 (2, 5), 12 (2^2, 3), 15 (3, 5), 18(2, 3^2), . . .

11. Das Sieb des Eratosthenes

Es gibt 25 Primzahlen, die kleiner als 100 sind:

2	3		5		7				11		13				17		19				23				
	29		31						37				41		43				47						53
					59		61						67				71		73						79
			83						89								97								

Übrigens – darum:

Wäre eine Zahl das Produkt zweier Zahlen wobei eine grösser als 10 ist (allgemein: $\sqrt{n}$), dann müsste die andere kleiner als 10 sein und wäre demzufolge bereits geprüft worden.

12.

Bestimmen Sie von den folgenden Zahlen
1. die PFZ und anschliessend 2. den ggT und 3. das kgV
(es kommen keine Primfaktoren über 20 vor)

a) 100'000, 10'000

ggT: 10'000 kgV: 100'000

b) 260, 3'927

ggT: 260 kgV: 3'927

c) 145'860, 780, 8'580

ggT: 780 kgV: 145'860

13.
Lösen Sie die Folgenden 7 Aufgaben auf den nächsten 2 Blättern; referenzieren Sie diese mit 13-1, 13-2, . . . etc.

1. Auf allen 4 Seiten eines rechteckigen Platzes von 90 m Länge und 36 m Breite sollen Bäume gepflanzt werden. In jeder Ecke soll ein Baum stehen, und von Baum zu Baum soll stets der gleiche Abstand eingehalten werden.
Wie ist der Abstand zu wählen, damit möglichst wenig Bäume gepflanzt werden müssen?

2. Die Eingangshalle eines Schulhauses ist 12 m lang und 6.4 m breit. Der Boden soll mit quadratischen Kunststeinplatten belegt werden.
Wie gross dürfen die Platten höchstens sein, wenn man keine Platten zerschneiden möchte?

3. Zwei Eisenstangen sind 420 cm und 700 cm lang. Es sollen daraus gleichlange Stücke (mindestens 1 cm, ganzzahlig) geschnitten werden.
Wie ist die Länge zu wählen, wenn die Stücke möglichst lang sein sollen?

4. Bei einer Polizeikontrolle werden an jedem 3. Auto die Reifen, an jedem 6. Auto die Bremsen und an jedem 5. Auto das Licht kontrolliert. 1050 Autos passieren die Kontrolle.
a) Bei wie vielen Autos werden Reifen, Bremsen und Licht kontrolliert?
b) Bei wie vielen Autos werden nur Reifen und Bremsen kontrolliert?

5. a) Ein Autobus der Verkehrsbetriebe fährt immer nach 15 Minuten wieder vom Bahnhofplatz weg. Ein anderer Autobus bedient eine längere Strecke und fährt alle 18 Minuten weg. Beide fahren morgens um 7 Uhr zum erstenmal.
Um welche Zeit treffen sie sich das nächste Mal auf dem Bahnhofplatz?
b) Ein dritter Autobus benötigt für seine Strecke 20 Minuten und fährt ebenfalls morgens um 7 Uhr zum erstenmal vom Bahnhofplatz weg.
Wann trifft er zum erstenmal wieder mit den beiden anderen Autobussen auf dem Bahnhofplatz zusammen?

6. Sieben Männer sitzen heute in der Wirtschaft. Der eine von ihnen ist jeden Abend dort, der zweite nur jeden zweiten Abend, …, der siebte nur jeden siebten Abend.
Wann treffen alle 7 Männer das nächste Mal wieder in der Wirtschaft zusammen?

7. Eine Produktionsanlage besteht aus den 3 Maschinen A, B, C. Bei der Maschine A muss alle 6 Monate eine Revision durchgeführt werden, bei der Maschine B alle 10 Monate und bei der Maschine C alle 16 Monate.
In welchem Zeitabstand müssen alle 3 Maschinen gleichzeitig revidiert werden?

13-1:	ggT(36, 90)	= 18; Alle 18m ein Baum
13-2:	ggT(120, 64)	= 8; 80cm auf 80cm – Platten
13-3:	ggT(420, 700)	= 140cm
13-4a:	kgV(3, 5, 6)	= 30; 1050 : 30 = 35; bei 35 Autos
13-4b:	kgV(3, 6)	= 6; 1050 : 6 = 175 Achtung: Abzüglich die 35 von Aufgabe 13-4a: 175 – 35 = 140; bei 140 Autos
13-5a:	kgV(15, 18)	= 90; nach 90 min; also um 8:30
13-5b:	kgV(15, 18, 20)	= 180; nach 180 min; also um 10:00
13-6:	kgV(2, 3, 4, 5, 6, 7)	= 420; nach 420 Tagen (werden die einen Durst haben! ☺)
13-7:	kgV(6, 10, 16)	= 240 Monate; alle 20 Jahre (dann bin ich pensioniert!)