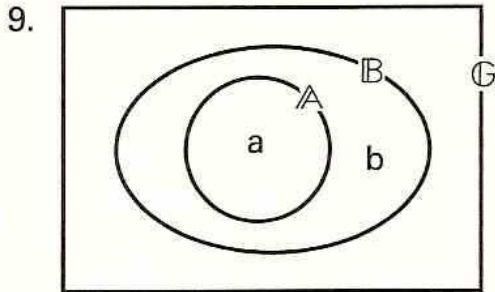


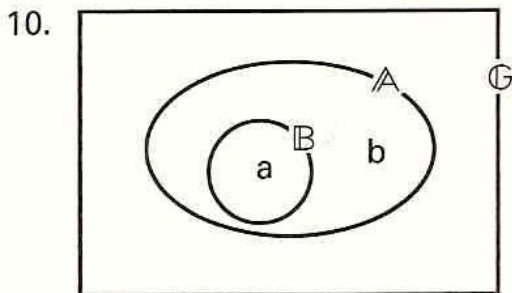
In den Aufgaben **9** und **10** sei $\mathbb{G} = \{a, b, c, d\}$.



Du entnimmst dem Venn-Diagramm, dass $A \subseteq B$. Von den nicht eingetragenen Elementen weißt du lediglich, dass $c \notin A$ und $d \notin B$.

Was ist wahr (w), falsch (f) oder möglich (m)?

- | | | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| a) $a \in B$ | c) $c \in B$ | e) $b \in A$ | g) $d \in A$ |
| b) $a \notin B$ | d) $c \notin B$ | f) $b \notin A$ | h) $d \notin A$ |



Du entnimmst dem Venn-Diagramm, dass $B \subseteq A$. Von den nicht eingetragenen Elementen weißt du lediglich, dass $c \notin A$ und $d \notin B$.

Was ist wahr (w), falsch (f) oder möglich (m)?

- | | | | |
|-------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| a) $b \in \overline{B}$ | c) $c \in \overline{B}$ | e) $d \in \overline{A}$ | g) $c \notin \overline{A}$ |
| b) $a \in \overline{A}$ | d) $c \notin \overline{B}$ | f) $d \notin \overline{B}$ | h) $d \in A$ |

5. Gib alle Teilmengen an von:

- a) $\{1, 2, 3\}$ b) $\{1, 2\}$ c) $\{1\}$ d) $\{\}$

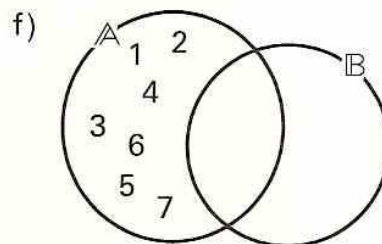
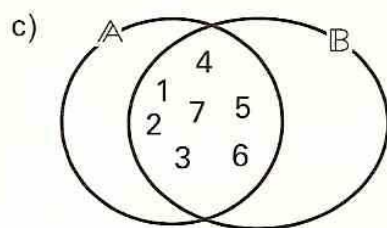
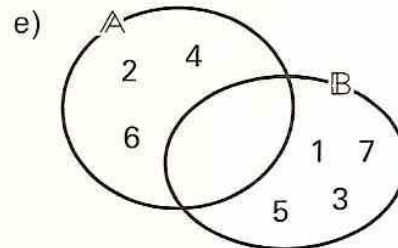
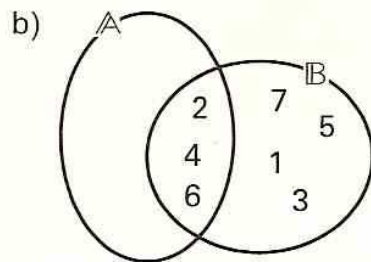
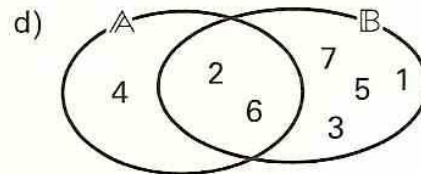
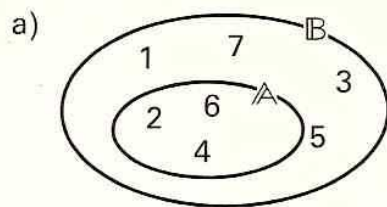
6. Bestimme von jeder gegebenen Menge sämtliche Teilmengen:

- a) $\mathbb{A} = \{a\}$ c) $\mathbb{C} = \{a, b, c\}$
 b) $\mathbb{B} = \{a, b\}$ d) $\mathbb{D} = \{a, b, c, d\}$

Was stellst du fest?

7. Notiere für jede Teilaufgabe **alle** richtigen Beziehungen unter Verwendung der Zeichen \subseteq und $\not\subseteq$.

Beachte dabei, dass jedes Feld als leere Menge gilt, falls es keine Zahl enthält.



8. Es sei $\mathbb{G} = \{a, b, c, d, e\}$, $\mathbb{A} = \{a, b\}$, $\mathbb{B} = \{a, b, c\}$, $\mathbb{C} = \{a, c\}$, $\mathbb{D} = \{a, d\}$.

Zeichne dazu ein Venn-Diagramm. Notiere nachher die richtige Beziehung unter Verwendung der Zeichen \subseteq oder $\not\subseteq$ für den Platzhalter.

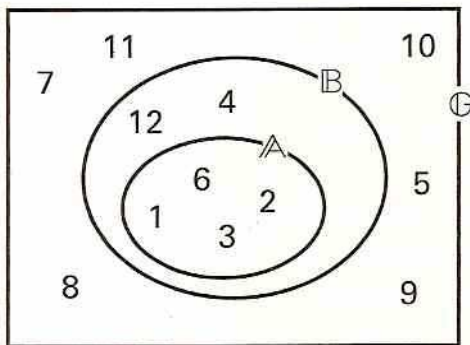
- | | | | |
|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|
| a) $\mathbb{A} \square \mathbb{A}$ | e) $\mathbb{B} \square \mathbb{A}$ | i) $\mathbb{C} \square \mathbb{A}$ | n) $\mathbb{D} \square \mathbb{A}$ |
| b) $\mathbb{A} \square \mathbb{B}$ | f) $\mathbb{B} \square \mathbb{B}$ | k) $\mathbb{C} \square \mathbb{B}$ | o) $\mathbb{D} \square \mathbb{B}$ |
| c) $\mathbb{A} \square \mathbb{C}$ | g) $\mathbb{B} \square \mathbb{C}$ | l) $\mathbb{C} \square \mathbb{C}$ | p) $\mathbb{D} \square \mathbb{C}$ |
| d) $\mathbb{A} \square \mathbb{D}$ | h) $\mathbb{B} \square \mathbb{D}$ | m) $\mathbb{C} \square \mathbb{D}$ | q) $\mathbb{D} \square \mathbb{D}$ |

Wenn du die beiden Mengen $A = \{1, 2, 3, 6\}$ und $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ betrachtest, siehst du, dass jedes Element von A auch zu B gehört. Daher sagt man, A **ist eine Teilmenge von** B , und man schreibt dafür $A \subseteq B$.

Wir erklären **allgemein**:

Eine Menge A heisst **Teilmenge** einer Menge B , wenn **jedes** Element von A auch Element von B ist: $A \subseteq B$

1. Es sei $G = \{1, 2, 3, \dots, 11, 12\}$. Das Venn-Diagramm für den obigen Sachverhalt sieht folgendermassen aus:



Zeichne das entsprechende Carroll-Diagramm.

2. Welche Aussagen sind wahr (w), welche falsch (f)?

- | | | |
|--|---|--|
| a) $\mathbb{T}_4 \subseteq \mathbb{T}_{12}$ | e) $\mathbb{T}_9 \subseteq \mathbb{T}_{15}$ | i) $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{N}_0$ |
| b) $\mathbb{T}_{12} \subseteq \mathbb{T}_6$ | f) $\{\} \subseteq \{0\}$ | k) $\{10\} \subseteq \mathbb{N}$ |
| c) $\mathbb{T}_{12} \subseteq \mathbb{T}_{12}$ | g) $\{\} \subseteq \{\}$ | l) $\{0\} \subseteq \{10\}$ |
| d) $\{\} \subseteq \mathbb{T}_{12}$ | h) $\{\} \subseteq \mathbb{N}$ | m) $\{1, 2, 3\} \subseteq \mathbb{T}_{15}$ |

3. Vergleiche je zwei der Mengen \mathbb{T}_6 , \mathbb{T}_9 und \mathbb{T}_{18} miteinander (6 Möglichkeiten!) und notiere jeweils die richtige Beziehung mit Hilfe der Zeichen \subseteq oder $\not\subseteq$.

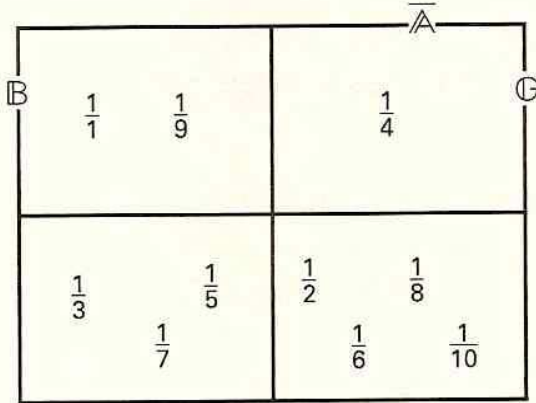
4. Es sei $G = \{9, 17, 76, 90, 143, 169, 1005, 5006, 10\ 224\}$ und ausserdem $M \subseteq G$.

Notiere in aufzählender Form

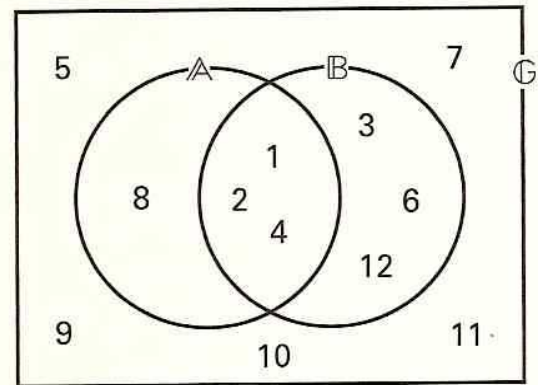
- die Menge M aller Zahlen der Dreierreihe.
- die Menge M aller ungeraden Zahlen mit der Quersumme 6.
- die Menge M aller Zahlen der Siebenerreihe mit der Quersumme 9.
- die Menge M aller Zahlen, die beim Teilen durch 9 den Rest 2 ergeben.

19. 1. Beschreibe die typische Eigenschaft der Elemente von \mathbb{G} .
2. Notiere in aufzählender Form:

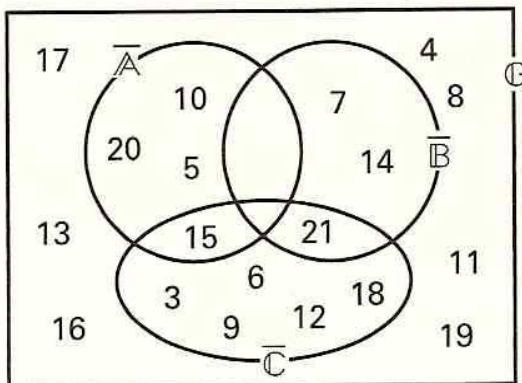
a) A sowie \bar{B}



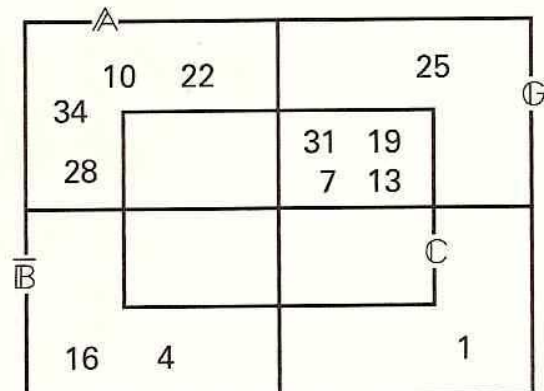
b) \bar{B}



c) A, B sowie C



d) \bar{A}, B sowie \bar{C}

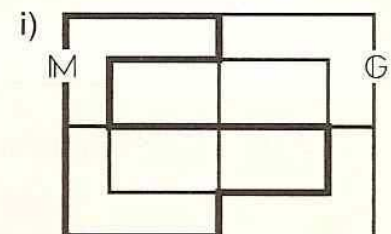
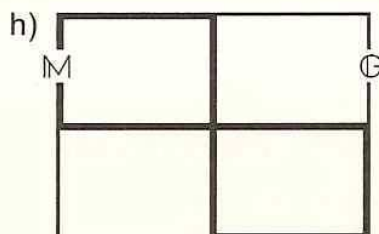
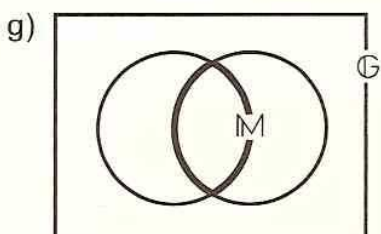
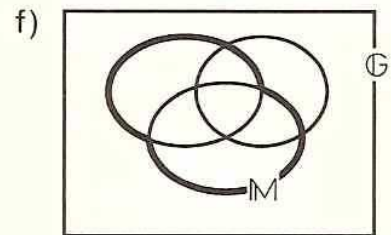
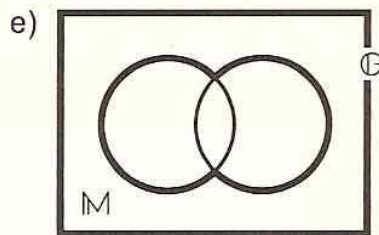
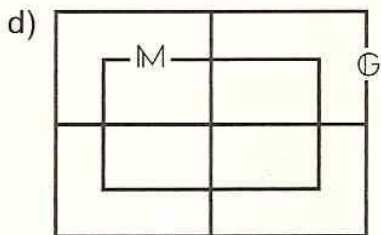
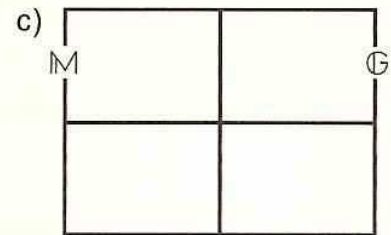
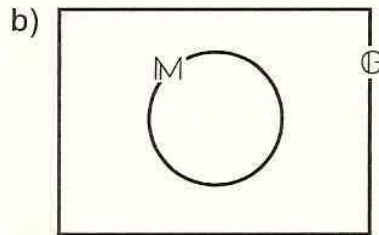
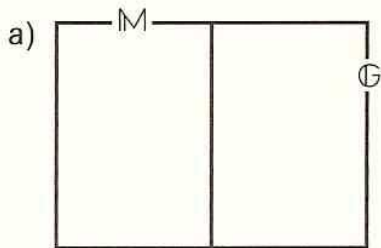


16. Es sei $\mathbb{G} = \mathbb{T}_{24}$. Notiere in aufzählender Form die Menge aller Elemente von \mathbb{G} , die **nicht** zu $M = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ gehören.

Diese Menge heisst **Ergänzungsmenge von M bezüglich der Grundmenge \mathbb{G}** .

Man schreibt dafür \overline{M} und liest « M quer».

17. Übertrage die nachstehenden Venn- bzw. Carroll-Diagramme in dein Heft und schraffiere diejenigen Felder, in denen die Elemente der Ergänzungsmenge \overline{M} eingetragen werden müssten.



18. Es sei $\mathbb{G} = \{0, 1, 2, 3, 4\}$.

Bestimme zu jeder Menge die Ergänzungsmenge und notiere sie in aufzählender Form:

a) $M_1 = \{0, 1, 2\}$

b) $M_2 = \{4, 1\}$

c) $M_3 = \{1, 4, 1\}$

d) $M_4 = \{3, 2, 0\}$

e) $M_5 = \{1\}$

f) $M_6 = \{3, 1, 2, 0, 4, 4\}$

g) $M_7 = \{0\}$

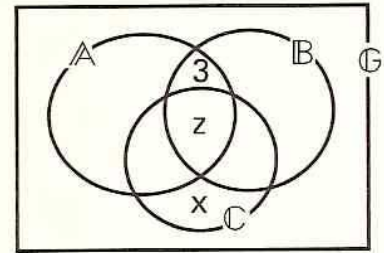
h) $M_8 = \{ \}$

i) $M_9 = \{2, 4\}$

k) $M_{10} = \mathbb{G}$

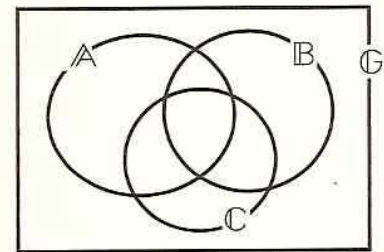
12. Welche Aussage ist wahr (w), welche falsch (f)?

- | | |
|-------------------------------|-------------------------|
| a) $3 \in A$ und $3 \in B$ | e) $A \neq \{x, z, 3\}$ |
| b) $3 \in A$ oder $3 \in B$ | f) $B = \{x, z, 3\}$ |
| c) $z \in A$ und $z \notin B$ | g) $C = \{x, z\}$ |
| d) $x \in C$ oder $x \in B$ | h) $A = B$ |

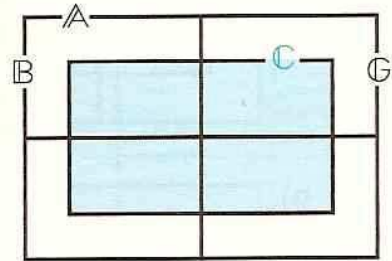
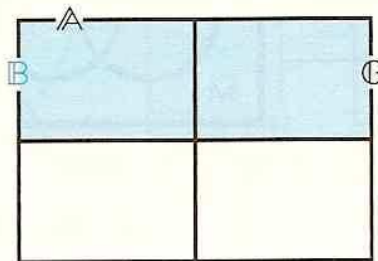
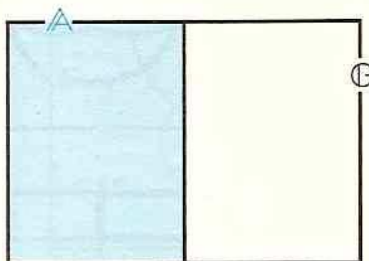


13. Übertrage das nebenstehende Venn-Diagramm in dein Heft und setze die Elemente ins richtige Feld.

- $G = \{1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100\}$
 $A = \{4, 16, 36, 64, 100\}$
 $B = \{9, 36, 81, 100\}$
 $C = \{4, 9, 25, 36\}$



Du kennst ausser den Venn-Diagrammen noch andere Diagramme, die folgendermassen aussehen:



Solche Diagramme heissen **Carroll-Diagramme**.

14. Es sei nun $G = \mathbb{T}_{36}$. Veranschauliche jede Teilaufgabe in einem Carroll-Diagramm:

- | | |
|--|--|
| a) $A = \{4, 9, 36\}$ | |
| b) $A = \{1, 2, 3, 6\}$, $B = \{1, 2, 4\}$ | |
| c) $A = \{1, 3, 9\}$, $B = \{2, 4, 6, 12, 18, 36\}$, $C = \{9, 18, 36\}$ | |

15. Es sei nochmals $G = \mathbb{T}_{36}$. Veranschauliche jede Teilaufgabe in einem Venn-Diagramm:

- | | |
|--|--|
| a) $A = \mathbb{T}_{12}$, $B = \mathbb{T}_{18}$ | |
| b) $A = \mathbb{T}_6$, $B = \mathbb{T}_9$, $C = \{6, 12, 18, 36\}$ | |

8. Welche der folgenden Mengen sind gleich?

$$A = \{10, 14, 15\}$$

$$B = \left\{ \frac{4}{11}, \frac{10}{11}, \frac{7}{11}, \frac{9}{11}, \frac{1}{11}, \frac{8}{11}, \frac{3}{11}, \frac{6}{11}, \frac{2}{11}, \frac{5}{11} \right\}$$

Menge C der Zahlen von 10 bis 20, die durch genau 4 Zahlen ohne Rest teilbar sind.

Menge D der Brüche mit dem Nenner 11, die kleiner als 1, aber grösser als $\frac{1}{11}$ sind.

Menge E der Brüche mit dem Nenner 11, die grösser als 0 sind und deren Zähler nicht grösser als 10 ist.

9. Füge zur gegebenen Menge M so wenige Elemente wie möglich **hinzu**, so dass eine Teilermenge T entsteht. Notiere diese Menge in aufzählender Form.

Beispiel: $M = \{1, 3, 4\}; \quad T = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\} = T_{12}$

- a) $M = \{1, 5, 10\}$
- b) $M = \{2, 6\}$
- c) $M = \{9, 12\}$
- d) $M = \{9, 21\}$

10. Nimm von der gegebenen Menge M so wenige Elemente wie möglich **weg**, so dass eine Teilermenge T entsteht. Notiere diese Menge in aufzählender Form.

Beispiel: $M = \{1, 2, 3, 4\}; \quad T = \{1, 2, 4\} = T_4$

- a) $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 12\}$
- b) $M = \{1, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16\}$
- c) $M = \{1, 5, 10, 15, 20\}$
- d) $M = \{1, 4, 7, 10, 13, 16, 19\}$
- e) $M = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

11. Welche Aussage ist wahr (w), welche falsch (f)?

- | | |
|-----------------------------------|-------------------------------|
| a) $6 \in T_6$ | e) $\{11\} = \{1\}$ |
| b) $7 \notin T_{14}$ | f) $\{1, 1\} = \{11\}$ |
| c) $0 \in \mathbb{N}$ | g) $\{1, 11\} \neq \{11, 1\}$ |
| d) $\frac{3}{4} \in \mathbb{N}_0$ | h) $\{1, 0, 1\} = \{1, 0\}$ |

c) Welche Aussage ist wahr (w), welche falsch (f)?

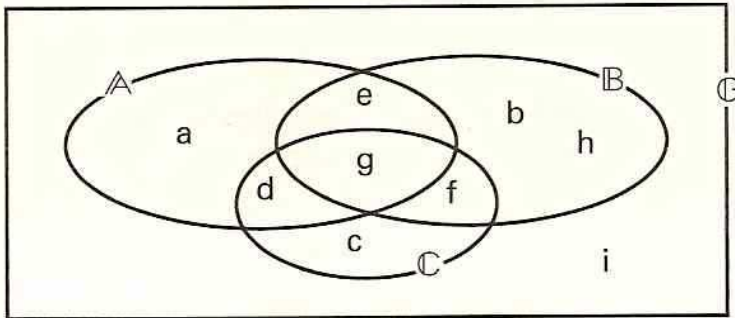
$12 \in \mathbb{A}$ und $12 \in \mathbb{B}$

$2 \in \mathbb{A}$ und $2 \notin \mathbb{B}$

$4 \notin \mathbb{A}$ und $4 \in \mathbb{B}$

$5 \notin \mathbb{A}$ und $5 \in \mathbb{B}$

6. Wir betrachten jetzt ein Venn-Diagramm von drei Mengen \mathbb{A} , \mathbb{B} , \mathbb{C} in \mathbb{G} .



a) Schreibe in dein Heft die richtige Beziehung unter Verwendung von \in («ist Element von») bzw. \notin («ist nicht Element von») für die Platzhalter:

$a \square \mathbb{A}$ und $a \triangle \mathbb{B}$ und $a \circ \mathbb{C}$,

$b \square \mathbb{A}$ und $b \triangle \mathbb{B}$ und $b \circ \mathbb{C}$,

ebenso mit den Elementen c, d, e, f, g, h und i .

b) Wie viele Elemente hat

1. \mathbb{A} ? 2. \mathbb{B} ? 3. \mathbb{C} ? 4. \mathbb{G} ?

c) Notiere alle Buchstaben, die

1. nicht zu \mathbb{B} gehören.

2. zu \mathbb{B} und zu \mathbb{C} gehören.

3. zu \mathbb{A} oder zu \mathbb{B} gehören.

4. weder zu \mathbb{A} noch zu \mathbb{C} gehören.

7. Welche der folgenden Mengen sind gleich?

$\mathbb{A} = \{1, 2\}$

$\mathbb{E} = \{31, 3\}$

$\mathbb{K} = \{1, 12\}$

$\mathbb{B} = \{1, 3, 1\}$

$\mathbb{F} = \{2, 1, 2, 2, 1\}$

$\mathbb{L} = \{3, 1, 3\}$

$\mathbb{C} = \{1, 1, 2\}$

$\mathbb{H} = \{12\}$

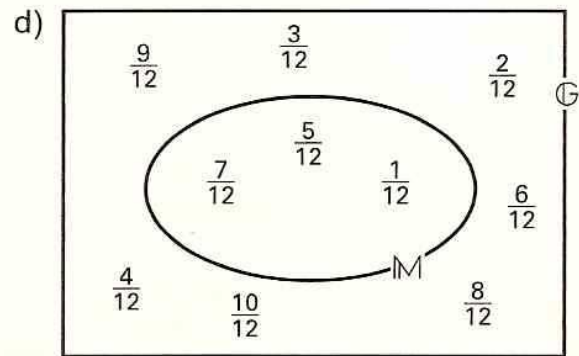
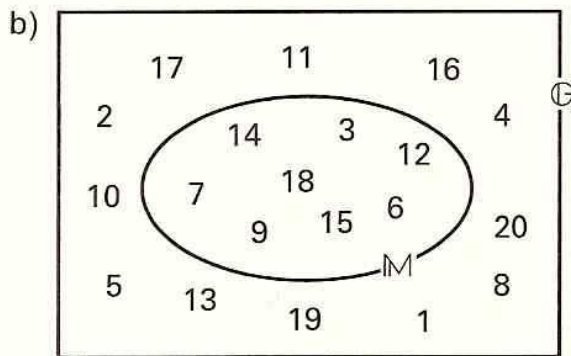
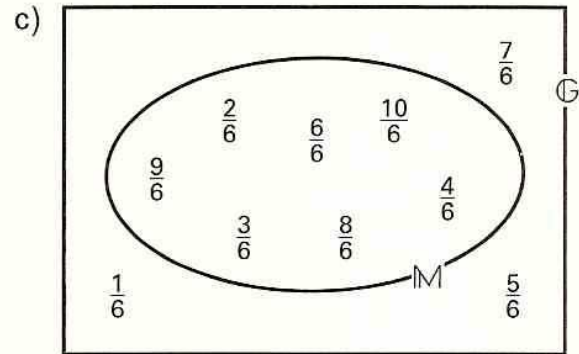
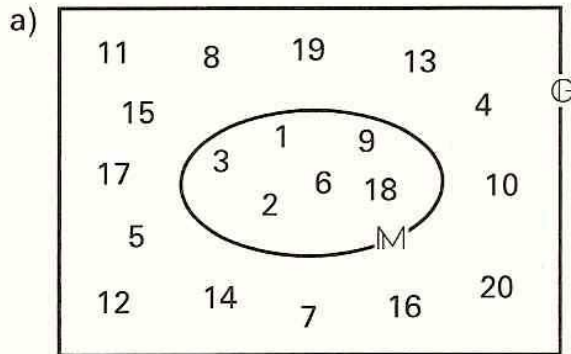
$\mathbb{M} = \{3, 1\}$

$\mathbb{D} = \{11, 2\}$

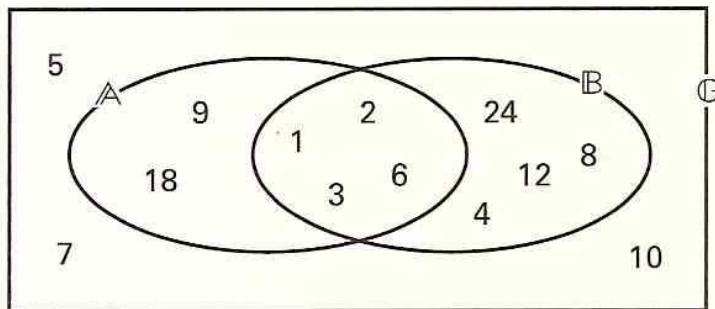
$\mathbb{I} = \{3, 13\}$

$\mathbb{O} = \{2, 2, 11\}$

4. Wie wurde sortiert? Beschreibe in jedem Venn-Diagramm die zugrundegelegte Menge \mathbb{G} , genannt **Grundmenge**, durch die typische Eigenschaft ihrer Elemente. Löse dieselbe Aufgabe jeweils auch für die Menge M :



5. Gegeben ist das Venn-Diagramm zweier Mengen A und B in der Grundmenge \mathbb{G} .



Setze für die **Platzhalter** das Zeichen \in («gehört zu») bzw. \notin («gehört nicht zu») ein, so dass eine richtige Beziehung entsteht, und schreibe sie in dein Heft:

- a) $3 \square A$
 $3 \square B$
 $9 \square A$
 $9 \square B$

- b) $6 \square A$ und $6 \circ B$
 $8 \square A$ und $8 \circ B$
 $18 \square A$ und $18 \circ B$
 $10 \square A$ und $10 \circ B$

Wir wissen: Man erhält eine **Menge**, indem man irgendwelche voneinander unterscheidbare Dinge zusammenfasst.

1. Gegeben sind die Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6. Bilde nun Mengen mit diesen Zahlen. Schreibe jede Menge M in aufzählender Form auf.
 - a) M soll mehr als vier Zahlen enthalten.
 - b) M soll aus weniger als zwei Elementen bestehen.
 - c) M soll mehr als drei Zahlen enthalten, wobei weder 2 noch 5 dazugehören dürfen.
 - d) M soll aus den Teilern von 6 bestehen.
 - e) M soll nur Zahlen enthalten, die durch 6 teilbar sind.
 - f) M soll nur Zahlen enthalten, die durch 10 teilbar sind.
 - g) M soll aus allen Zahlen bestehen, die Vielfache von 3 und Teiler von 6 sind.
 - h) M soll alle Zahlen enthalten, die gemeinsame Teiler von 4 und 6 sind.

2. Notiere die folgenden Mengen in aufzählender Form:
 - a) Menge der Namen deiner Geschwister.
 - b) Menge aller natürlichen Zahlen, die in 48 ohne Rest enthalten sind.
 - c) Menge der zweistelligen Zahlen, die kleiner als 30 sind und beim Teilen durch 7 die Reste 3 oder 5 liefern.
 - d) Menge der geraden Zahlen zwischen 50 und 70, die beim Teilen durch 9 weder den Rest 7 noch den Rest 5 ergeben.
 - e) Menge aller zweistelligen Quadratzahlen mit ungerader Quersumme (z. B. Quersumme von 205: $2 + 0 + 5 = 7$).
 - f) Menge aller zweistelligen Quadratzahlen, deren Quersumme wiederum eine Quadratzahl ist.

3. Beschreibe die folgenden Mengen mit Worten, indem du jeweils eine typische Eigenschaft ihrer Elemente nennst:
 - a) $\{7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70\}$
 - b) $\{11, 21, 31, 41, 51, 61, 71, 81, 91\}$
 - c) $\{1, 2, 3, 6, 9, 18, 27, 54\}$
 - d) $\{1, 36, 2, 18, 6, 12, 3, 9, 4\}$
 - e) $\{1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81\}$
 - f) $\{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$

7. Von den 42 Angehörigen einer Pfadfinderabteilung tragen 15 das Spezialabzeichen als Zoologe und 8 dasjenige als Sterngucker. 23 tragen keines dieser beiden Abzeichen. Wie viele Pfadfinder tragen
 - a) das Abzeichen als Zoologe und als Sterngucker?
 - b) kein Abzeichen als Zoologe?
 - c) das Abzeichen als Zoologe, aber nicht als Sterngucker?

8. Von den Schülern einer Sekundarklasse spielen 9 Fussball, 7 Handball, 6 Fussball und nicht Handball und 8 weder Fussball noch Handball. Wie viele Schüler zählt die Klasse?

9. Von den Knaben einer Turnklasse spielen 13 Fussball, 11 Handball, und 3 Schüler betreiben keine der beiden Sportarten. Wie viele Schüler zählt die Klasse
 - a) höchstens?
 - b) mindestens?
 - c) tatsächlich, wenn du weisst, dass 10 Schüler beide Sportarten betreiben?

10. Von den Schülern einer Sekundarklasse besuchen 17 das Freifach «Englisch», 11 das Freifach «Naturkundeübungen» und 4 Schüler keines dieser beiden Fächer. Wie viele Schüler zählt die Klasse
 - a) höchstens?
 - b) mindestens?
 - c) tatsächlich, wenn du weisst, dass 6 Schüler beide Freifächer besuchen?